

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS  
DEPARTAMENTO DE MATEMATICA

---

COMBINATORIA Y APLICACIONES

**Materia Optativa, de Grado para alumnos de las carreras:**  
Licenciatura en Matemática y Licenciatura en Informática.

**Semestre:** primer semestre de 2014.

**Profesor a cargo:** Dra. Liliana Alcón.

**Contenidos:**

1. Problemas estudiados en combinatoria: problemas de existencia, problemas de conteo, problemas de optimización. Ejemplos: diseño de experimentos, cuadrados latinos, red con menor costo.  
Repaso de las herramientas básica de la combinatoria: regla de la suma; regla del producto; permutaciones;  $m$ -permutaciones de un  $n$ -conjunto;  $m$ -combinaciones de un  $n$ -conjunto;  $m$ -permutaciones de un  $n$ -conjunto admitiendo repeticiones;  $m$ -combinaciones de un  $n$ -conjunto admitiendo repeticiones. Permutaciones con clases de elementos indistinguibles. Binomio de Newton.
2. Orden lexicográfico. Algoritmos para generar en orden lexicográfico todas las permutaciones de  $n$  elementos; para generar todos los subconjuntos de un  $n$ -conjunto; para generar todas las  $m$ -combinaciones de un  $n$ -conjunto. Inversión en una permutación. Distancia de inversión. Algoritmo para reordenar una permutación utilizando inversiones.
3. Principio del Palomar (Dirichlet) y sus generalizaciones. Aplicaciones. Teorema Erdős-Szekeres. Números de Ramsey. Teorema de Ramsey.
4. Problemas de distribución de bolillas (in)distinguibles en cajas (in)distinguibles. Números de Stirling de segunda especie. Propiedades. Números de Bell. Problemas de distribución con cupos específicos. Ejemplos de aplicación. Poder en juegos simples. Índice de Shapley-Shubik.
5. Funciones generadoras. Operaciones entre funciones generadoras. Teorema del binomio. Ejemplos de aplicaciones en problemas de conteo. Aplicaciones en juegos simples: índice de Banzhaf y de Coleman.

6. Relaciones de recurrencia. Solución de relaciones de recurrencia lineales, homogéneas, con coeficientes constantes. Utilizando las raíces características. Utilizando funciones generadoras. Ejemplos. Números de Fibonacci. Desórdenes o desarreglos (derangements). Números de Catalán. Partición de enteros, diagramas de Ferrers.
7. Principio de inclusión y exclusión. Teorema general: cantidad de elementos pertenecientes a exactamente  $m$  conjuntos de  $n$  dados. Aplicaciones: Función de Euler. Polinomios torre. (Rook polynomials).
8. Cuerpos finitos. Cuadrados latinos. Ejemplos. Ortogonalidad. Existencia de familias ortogonales completas. Construcción de una familia de  $n \times n$  cuadrados latinos cuando  $n$  es una potencia de un primo.  
Coloreo en grafos simples. Número cromático. Índice cromático. Polinomio cromático. Propiedades. Orientaciones transitivas. Orientaciones acíclicas.

### **Bibliografía:**

- Applied Combinatorics (Second Edition), Fred. S. Roberts, Barry Tesman, Pearson-Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 2004.
- Discrete And Combinatorial Mathematics: An Applied Introduction, Ralph P. Grimaldi, Addison-wesley, 1994.